CHAPITRE 1 : PROBABILITES

1 Rappels

Soit un univers Ω, et deux événements A et B.

Dans le cas d'une équiprobabilité : $\boxed{p(A) = \dfrac{nombre\ d'issues\ dans\ A}{nombre\ d'issues\ dans\ \Omega}}$

Probabilité de l'événement certain : $\boxed{p(\Omega) = 1}$

Probabilité de l'événement impossible : $\boxed{p(\emptyset) = 0}$

Toute probabilité est un nombre réel compris entre 0 et 1 .

Probabilité d'une réunion d'événements : $\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$

Si les événements A et B sont incompatibles : $\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B)}$

Probabilités d'événements contraires : $\boxed{p(A) + p(\overline{A}) = 1}$

2 Probabilité conditionnelle

Soit un univers Ω, et deux événements A et B.

La probabilité conditionnelle de A sachant B est définie si $p(B) \neq 0$, par : $\boxed{p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)}}$

(On pourrait être plus précis en disant : probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est déjà réalisé)

exemple

Chez un concessionnaire automobile :

- 30 % des clients qui achètent une voiture choisissent une petite voiture
- les petites voitures électriques représentent 8 % des ventes.

On choisit au hasard un client qui achète une voiture.
Calculer la probabilité que le client achète une voiture électrique sachant qu'il achète une petite voiture.

3 Probabilité de l'intersection

D'après la formule précédente, **la probabilité de l'intersection des événements A et B** est :

$\boxed{p(A \cap B) = p_B(A) \times p(B) \quad avec \quad p(B) \neq 0}$ ou $\boxed{p(A \cap B) = p_A(B) \times p(A) \quad avec \quad p(A) \neq 0}$

exemple

Chez le boulanger, dans un panier il y a :

- 1 baguette sur 5 qui est une baguette moulée.
- la moitié des baguettes moulées qui sont « peu cuites » .

La boulangère choisit au hasard une baguette dans le panier.

Calculer la probabilité que la baguette soit moulée et peu cuite.

4 Arbre de probabilité

Dans un arbre de probabilité :
La somme des probabilité portées sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1 .
La probabilité d'une intersection est égale au produit des probabilités indiquées sur les branches menant à cette intersection.
La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des intersections qui le composent.

exemple

Dans un magasin de luminaire, les appliques représentent 20 % des ventes, les suspensions représentent 30 % des ventes et le reste des ventes sont des lampes à pied.
Chaque luminaire est fourni avec une ampoule au choix de l'acheteur.
On a constaté que pour 35 % des appliques, 40 % des suspensions et 70 % des lampes à pied, le choix de l'acheteur est une ampoule à faible consommation.
On considère, au hasard, un client achetant un luminaire.

1) Traduire les données de l'exercice en termes de probabilité.

2) Construire et compléter l'arbre de probabilités.

3) Calculer les probabilités suivantes :

- Le client achète une applique et choisit une lampe à faible consommation.
- Le client achète une suspension et choisit une lampe à faible consommation.
- Le client achète une lampe à pied et choisit une lampe à faible consommation.

4) En déduire la probabilité que le client choisisse une lampe à faible consommation.

5 <u>Evénements indépendants</u>

Soit un univers Ω, et deux événements A et B.

On dit que **les événements A et B sont indépendants** lorsque $\boxed{p(A \cap B) = p(A) \times p(B)}$

Si $p(B) \neq 0$ l'égalité précédente est équivalente à $\boxed{p_B(A) = p(A)}$

Si $p(A) \neq 0$ l'égalité précédente est équivalente à $\boxed{p_A(B) = p(B)}$

(On peut dire : la probabilité d'un événement est la même avec ou sans la réalisation de l'autre événement)

<u>exemple</u>

Dans un jeu de 32 cartes, on pioche <u>une</u> carte au hasard.

1) Les événements R « la carte est un roi » et Q « la carte est un pique » sont ils indépendants ?

2) Les événements F « la carte est une figure » et Q sont ils indépendants ?

3) Les événements F et R sont ils indépendants ?